Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS PROFESSIONS IMMOBILIÈRES • CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Départ d'un train à très haute vitesse et calcul d'une aire** (13 questions) — **Page 3**
2. **Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence des smartphones** (13 questions) — **Page 7**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtspi.fr/assets/annales/bts-pi/E2 - Mathématiques/2018/BTS PI - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et calcul d’une aire

Le déplacement d’un wagon propulsé par électromagnétisme est modélisé par une fonction distance, afin de vérifier si sa vitesse atteint 400 km/h en moins de deux minutes. Une autre partie étudie l’aire d’une pièce destinée à une gare, représentée par une figure symétrique et délimitée par une droite et une courbe.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène (E0) : y' - 0,2y = 0.

On écrit l’équation sous la forme de référence $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. La formule donne donc $y(t) = k\,e^{0{,}2t}$, où k est une constante réelle. Ces fonctions sont définies sur tout l’intervalle considéré.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = k\,e^{0{,}2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle (E) : y' - 0,2y = 3t.

La dérivée de g est $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche de (E), on obtient $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$. Le membre de gauche est donc égal au membre de droite pour tout $t \in [0,3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de (E) sur [0, 3].

Question 3°. Déduire des questions précédentes l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E) : y' - 0,2y = 3t.

1. Une solution particulière de (E) est $g(t) = -15t - 75$.
2. Les solutions de l’équation homogène associée sont $y_h(t) = k\,e^{0{,}2t}$.
3. On obtient les solutions de (E) en ajoutant la solution particulière à une solution de l’équation homogène.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = k\,e^{0{,}2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu’à t = 0 le wagon est au point de départ.

La solution générale est $f(t) = k\,e^{0{,}2t} - 15t - 75$. La condition initiale donne $f(0) = k - 75 = 0$, donc $k = 75$. En remplaçant la constante dans la solution générale, on obtient la fonction distance du wagon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0{,}2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question a). À partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$. Ainsi, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$. Comme l'exponentielle est croissante, cette inégalité équivaut à $0,2t \geq 0$, donc à $t \geq 0$. Tous les t de l'intervalle [0, 3] conviennent.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La solution sur [0, 3] est l'intervalle [0, 3].

Question b). Déduire de la question précédente les variations de la fonction f sur l'intervalle [0, 3].

t	0	3
Signe de f'(t)	0	positif
Variation de f	0	↗ $75(e^{0,6} - 1) - 45$

La dérivée est positive sur]0, 3], donc f est croissante sur [0, 3]. À l'extrémité droite, $f(3) \approx 16,659$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à $75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Au bout d'une minute, la distance parcourue vaut $f(1)$. En remplaçant t par 1 dans la fonction, on obtient $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15$. Cette distance est exprimée en kilomètres. L'évaluation, arrondie au dixième, fournit le résultat demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **1,6 km**

Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon à l'instant t est donnée par f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir au dixième.

1. La vitesse à l'instant t est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$.
2. À $t = 2$, elle vaut $15(e^{0,4} - 1)$ km/min.
3. Après évaluation, on arrondit au dixième de km/min.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **7,4 km/min**

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60 = 20/3$ km/min. On résout $15(e^{0,2t} - 1) = 20/3$, soit $t = 5\ ln(13/9) \approx 1,838$ minute. Comme ce temps est inférieur à 2 minutes, le seuil est atteint dans le délai fixé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le seuil est atteint après environ **1,838 minute**, donc en moins de 2 minutes.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier sans justification l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte.

La tangente au point d'abscisse 2 vérifie $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Ici, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. En développant l'équation, on retrouve la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir de la figure, choisir l'aire A1 du rectangle OPQR parmi les trois propositions. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur la figure, le rectangle OPQR s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, et son bord supérieur est à $y = 2,25$. Son aire est donc le produit de sa largeur par sa hauteur. Parmi les trois propositions, on retient celle qui correspond à ce produit.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> **$A_1 = 6,75$ u. a.**

Question 2°. En utilisant la primitive fournie de $g(x) = 27x/(2x^2 + 18)$, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g, l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 3$.

La fonction g est positive sur [0, 3], donc l'aire cherchée est son intégrale. Avec la primitive fournie, $A_2 = [27/4\ ln(x^2 + 9)]_0^3$. Ainsi, $A_2 = 27/4(ln\ 18 - ln\ 9) = 27/4\ ln\ 2$, en unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = (27/4)\ ln\ 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir au millième.

1. Par symétrie, l'aire hachurée est le double de celle située à droite de l'axe des ordonnées.
2. À droite, cette aire est celle du rectangle moins l'aire sous la courbe : $A_1 - A_2$.
3. Donc $A = 2(6,75 - 27/4\ ln\ 2)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

A ≈ 4,143 u. a.

2. Probabilités et test d'hypothèse sur l'obsolescence des smartphones

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle observées sur des smartphones, puis le nombre d'appareils non réparables dans des lots prélevés au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral destiné à vérifier une affirmation de sondage sur la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs croisant les smartphones touchés ou non par l'obsolescence technique et ceux touchés ou non par l'obsolescence logicielle, pour une population de 200 smartphones.

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés techniquement, soit 6 appareils, et 8 % sont touchés par l'obsolescence logicielle, soit 16 appareils. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés techniquement : cela représente 2 appareils. On complète ensuite les autres cases par différence, puis on vérifie que les totaux des lignes et des colonnes correspondent aux effectifs calculés.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Cases du tableau : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux : 16, 184, 200.

Question 2°. Pour T, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique », et L, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et la probabilité conditionnelle P_L(T).

L'énoncé donne directement les fréquences des deux événements : 3 % des smartphones sont touchés techniquement et 8 % sont touchés par l'obsolescence logicielle. Ainsi, P(T) = 0,03 et P(L) = 0,08. La proportion de 12,5 % est calculée parmi les smartphones touchés par L ; elle correspond donc à la probabilité conditionnelle $P_L(T)$, et non à P(T).

✓ RÉPONSE À RETENIR

P(T) = 0,03 ; P(L) = 0,08 ; $P_L(T) = 0,125$.

Question 3° a). Calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.

Pour que les deux types d'obsolescence touchent le même smartphone, celui-ci doit être dans L, puis aussi dans T. On utilise donc la probabilité conditionnelle donnée dans l'énoncé : $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. Le calcul donne $0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$. Cela correspond à 1 % de l'ensemble des smartphones étudiés.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}01$, soit 1 %.

Question 3° b). Calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

« Au moins l'un des deux types » correspond à l'événement $T \cup L$. En additionnant P(T) et P(L), les smartphones touchés par les deux types sont comptés deux fois. On retranche donc $P(T \cap L)$ une fois : $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$. La proportion recherchée est ainsi de 10 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}10$, soit 10 %.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité conditionnelle recherchée concerne les smartphones touchés techniquement. Parmi ceux-ci, la part touchée aussi par l'obsolescence logicielle est $P(T \cap L) / P(T)$. Avec les résultats précédents, $P_T(L) = 0{,}01 / 0{,}03 = 1/3$. Arrondie au millième, cette probabilité vaut 0,333, soit environ 33,3 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 1/3 \approx 0{,}333$, soit environ 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 appareils prélevés, suit une loi binomiale et en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement est un essai à deux issues : le smartphone est non réparable, avec une probabilité $p = 0{,}045$, ou il est réparable. Le stock est assez important pour assimiler les prélèvements à des tirages avec remise ; les essais sont donc indépendants et la probabilité reste constante. X compte le nombre de smartphones non réparables parmi les 50 prélevés. Elle suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 appareils soient réparables.

Un smartphone est réparable avec la probabilité 1 − 0,045 = 0,955. Pour que les 50 appareils du lot soient tous réparables, cette issue doit se produire à chacun des 50 tirages. Les tirages étant assimilés à des tirages avec remise, la probabilité recherchée est donc $0{,}955^{50}$. Arrondie au millième, elle vaut 0,100.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Probabilité que les 50 smartphones soient réparables : 0,100, soit environ 10 %.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les sommes successives S pour i allant de 0 à 3.

Pour chaque i de 0 à 3, on calcule la probabilité binomiale P(X = i), puis on l'ajoute à la somme S déjà obtenue. Les valeurs de probabilité affichées sont arrondies au millième ; les sommes successives sont calculées à partir des valeurs non arrondies, puis arrondies à leur tour. On complète le tableau ainsi :

	i = 0	i = 1	i = 2	i = 3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de la loi binomiale complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

À la fin de la boucle, S est la somme des quatre probabilités P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). D'après le calcul effectué dans le tableau, S ≈ 0,813. Puisque X désigne le nombre de smartphones non réparables dans un lot, cette somme représente la probabilité qu'un lot contienne au plus trois appareils non réparables.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus 3 appareils non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte des lots de 50 smartphones.

Pour une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Sur un grand nombre de lots de 50 smartphones, on trouvera donc en moyenne 2,25 appareils non réparables par lot. Cette espérance est une moyenne et n'oblige pas chaque lot à contenir exactement 2,25 appareils.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 : un lot compte en moyenne 2,25 smartphones non réparables.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Une seule des trois propositions est exacte.

Sous H_0, l'intervalle centré sur 0,55 contenant 95 % des valeurs s'étend d'environ 1,96 écart type de chaque côté. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. À deux décimales, h s'arrondit à 0,07. Parmi les trois choix proposés, 0,07 est donc la seule réponse à retenir.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h = 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral de niveau de signification 5 %, portant sur H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.

Le test est bilatéral et son niveau de signification est 5 %. Sous H_0, l'intervalle central de probabilité 0,95 est approximativement [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07], soit [0,48 ; 0,62]. La règle de décision consiste à comparer la fréquence observée à cet intervalle :

- si elle appartient à [0,48 ; 0,62], on ne rejette pas H_0 ;
- si elle est à l'extérieur, on rejette H_0 au profit de H_1.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ F ≤ 0,62 ; la rejeter sinon.

Question 3°. Dans l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Déterminer la conclusion du test.

La fréquence observée dans l'échantillon est 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de la région d'acceptation définie pour le test. La fréquence se trouve donc dans la région de rejet : au seuil de 5 %, on rejette H_0. L'échantillon indique que la proportion diffère de 0,55 et, ici, qu'elle lui est inférieure.

✓ RÉPONSE À RETENIR

76 / 180 ≈ 0,422, inférieur à 0,48 : on rejette H_0 au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure 2 heures. Son coefficient varie de 1 à 3 selon la spécialité. Elle étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées portent sur les équations différentielles, les fonctions, les intégrales, les probabilités, la loi binomiale et le test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 0, les solutions sont y(t) = k e^(0,2t).
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance par rapport au temps, avec des unités cohérentes.
- L'aire sous une courbe positive sur [a,b] se calcule par l'intégrale définie de sa fonction.
- Si X suit une loi binomiale de paramètres n et p, alors E(X) = np.

Points de vigilance & attentes du jury

- Vérifier une solution particulière d'équation différentielle en la substituant dans l'équation.
- Convertir les unités avant de comparer une vitesse en km/min à une vitesse en km/h.
- En probabilité conditionnelle, identifier l'événement qui constitue la condition.
- Pour un test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle de décision.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer les solutions d'une équation différentielle avec second membre ?

On résout d'abord l'équation homogène associée, puis on ajoute une solution particulière de l'équation complète. La condition initiale sert ensuite à déterminer la constante de la solution générale.

Q : Comment distinguer une probabilité conjointe d'une probabilité conditionnelle ?

La probabilité conjointe concerne la réalisation simultanée de deux événements. La probabilité conditionnelle s'évalue en sachant qu'un événement est réalisé, et se calcule en divisant la probabilité conjointe par celle de l'événement conditionnant.

Q : Comment compléter la somme calculée par l'algorithme binomial ?

Pour chaque valeur de i de 0 à 3, calculer P(X = i), puis ajouter cette probabilité à la somme S. À la fin, S représente la probabilité que X prenne l'une des valeurs 0, 1, 2 ou 3.

Q : Comment conclure le test d'hypothèse bilatéral de l'exercice ?

Déterminer d'abord l'intervalle de décision associé au seuil de 5 %, puis comparer la fréquence observée à ses bornes. Si elle est à l'extérieur, on rejette H0; sinon, on ne rejette pas H0.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtspi.fr/assets/annales/bts-pi/E2 - Mathématiques/2018/BTS PI - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Professions Immobilières : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.